

Diffusione anomala in strutture frattali unidimensionali

Questo lavoro di tesi riguarda lo studio della *diffusione anomala* (ovvero non browniana) di un cammino aleatorio, generata da strutture disordinate autosimilari. Abbiamo focalizzato la nostra attenzione su strutture unidimensionali in cui le distanze relative tra i centri diffusori hanno una distribuzione a potenza. In particolare, abbiamo considerato due classi di modelli: il modello di Cantor (generalizzato), di tipo deterministico, e il modello random, nel quale le configurazioni vengono generate in modo casuale.

Iniziamo il lavoro con una breve descrizione dell'esperimento svolto al LENS e che ha motivato la ricerca: la propagazione della luce in un materiale artificiale costituito da microsferi trasparenti, i cui diametri seguono una distribuzione a legge di potenza, immerse in un mezzo diffusore (*vetri di Lévy*). I risultati dell'esperimento mostrano come attraversando questo tipo di materiale la luce abbia un comportamento superdiffusivo.

Esponiamo poi le basi teoriche che descrivono il fenomeno della diffusione in generale e della diffusione anomala in particolare. Ricordiamo in primo luogo il cammino aleatorio (random walk) ed una sua generalizzazione, il cammino casuale persistente (persistent random walk); successivamente descriviamo il modello di moto casuale a tempi continui (continuous-time random walk) e mostriamo come da questa ulteriore generalizzazione sia possibile ricavare i regimi subdiffusivo, diffusivo e superdiffusivo. All'interno di questa sezione introduciamo anche i processi che sono alla base di questo lavoro di tesi: i cammini di Lévy.

Dopo una discussione della differenza tra disordine quenched ed annealed, passiamo a descrivere i modelli e la dinamica stocastica considerati nella tesi. La dinamica viene definita tramite una *master equation* per le probabilità di occupazione su un reticolo unidimensionale. Il comportamento superdiffusivo di questi sistemi è formulato tramite un'ipotesi di invarianza di scala sulla densità di probabilità. La verifica di tale ipotesi è uno degli scopi principali del lavoro.

Nell'ultima parte descriviamo i risultati che abbiamo ottenuto sia nel regime stazionario che in quello dipendente dal tempo. Nel primo caso, abbiamo risolto analiticamente la master equation, determinando l'espressione del coefficiente di diffusione generalizzato. Nel secondo caso invece abbiamo sviluppato un codice per la risoluzione numerica dell'equazione, con il quale abbiamo verificato l'ipotesi di invarianza di scala. Abbiamo inoltre confrontato i risultati per diverse condizioni al contorno: periodiche, assorbenti e miste.

Nel caso frattale abbiamo utilizzato sia l'ambiente Matlab che il linguaggio C, mentre per la soluzione iterativa del Modello Random, visto il numero elevato di configurazioni utilizzate per la media, abbiamo esclusivamente lavorato con il codice in linguaggio C. In entrambi i casi è stato utilizzato l'ambiente Matlab per la verifica grafica dell'invarianza di scala.

Il contributo originale di questo lavoro di tesi è stato affrontare il problema della diffusione anomala su strutture unidimensionali finite, sia nel caso stazionario che in quello dipendente dal tempo. Abbiamo verificato che i flussi soddisfano delle relazioni di scaling dinamiche. Sebbene i risultati siano stati discussi solo nel caso unidimensionale, le predizioni sono verificabili sperimentalmente per i vetri di Lévy tramite misure di trasmissione risolte in tempo per campioni di spessore diverso.

Candidato: **Piercesare Bernabò**

Relatore: **Dott. Stefano Lepri**

Correlatore: **Prof. Roberto Livi**