

Funzioni di partizione e criteri di stabilità negli isolanti topologici

In questo lavoro di tesi esponiamo le proprietà degli isolanti e superconduttori topologici bidimensionali, sistemi recentemente scoperti nell'ambito della fisica della materia condensata, discutendone in particolare la stabilità degli stati di bordo. Per comprendere le caratteristiche di questi nuovi stati della materia, riassumeremo le proprietà dell'effetto Hall quantistico (QHE).

In intensi campi magnetici (~ 10 Tesla) e a basse temperature (~ 10 mK) la conducibilità Hall mostra dei plateau al variare del campo magnetico dove assume valori interi o seminteri in unità e^2/h : effetto Hall quantistico intero e frazionario (FQHE). Ai plateau il sistema è isolante nel bulk e la corrente scorre al bordo del campione con verso fissato dal campo magnetico. Il sistema rompe la simmetria di inversione temporale TR ed è equivalente a un fluido incomprimibile le cui eccitazioni, come mostrato dalla teoria di Laughlin, sono anioni con carica e statistica quantistica frazionaria. L'universalità dell'effetto Hall permette di descrivere la dinamica non perturbativa a molti corpi attraverso una teoria di campo effettiva di bassa energia: la teoria di gauge di Chern-Simons (2+1)-dimensionale e la corrispondente teoria di campo invariante conforme (CFT) di bordo (1+1)-dimensionale. Quest'ultima, attraverso la simmetria infinito dimensionale di Virasoro estesa dalla corrente $U(1)$, descrive correttamente lo spettro delle eccitazioni di bordo a massa nulla. In una geometria anulare si determina la funzione di partizione invariante modulare di tali eccitazioni, corrispondenti alle onde chirali e antichirali del fluido incomprimibile del FQHE nel bordo esterno e interno dell'anello.

A differenza del QHE, gli isolanti topologici sono sistemi con bulk isolante ed eccitazioni di bordo non chirali e a massa nulla per i quali non occorrono campi magnetici poichè sono invarianti TR . Modellizziamo questi sistemi unendo due stati Hall di spin up e down con opposte chiralità ottenendo il *Quantum spin Hall effect* (QSHE), sistema che possiede la simmetria $U(1)_{em} \times U(1)_s$ di carica e spin. Generalmente in un isolante topologico la simmetria $U(1)_s$ di spin è rotta a \mathbb{Z}_2 per la presenza di interazioni di spin-orbita, la simmetria TR continua però a essere valida. Gli stati di bordo dei superconduttori topologici corrispondono invece a fermioni di Majorana a massa nulla.

Mostriamo la stabilità degli stati di bordo di un isolante topologico libero attraverso il criterio della "pompa di spin" di Fu-Kane, basato sulla teoria delle bande elettroniche. Questo è esteso al caso interagente abeliano, tuttora senza conferme sperimentali, da Levin-Stern attraverso l'uso della teoria effettiva di Chern-Simons. Ne risulta che gli isolanti topologici possiedono una classificazione \mathbb{Z}_2 . Il criterio dell'anomalia gravitazionale di Ryu-Zhang mostra, attraverso lo studio della CFT di bordo dei superconduttori topologici interagenti, che questi possiedono una classificazione \mathbb{Z}_8 , differente da quella \mathbb{Z}_2 nel caso libero.

Nella parte originale della tesi determiniamo le funzioni di partizione della CFT di bordo degli isolanti topologici abeliani sia liberi che interagenti, mostrando per questi sistemi l'equivalenza dei criteri di stabilità della pompa di spin e dell'anomalia gravitazionale. Osserviamo che lo spettro della CFT si divide in due principali settori, di Neveu-Schwarz e di Ramond, tali che, quando i rispettivi stati di vuoto possiedono una opposta parità di spin, la CFT possiede una anomalia discreta \mathbb{Z}_2 . La presenza (assenza) dell'anomalia \mathbb{Z}_2 permette (non permette) di definire la pompa di spin di Fu-Kane. La stessa presenza (assenza) dell'anomalia \mathbb{Z}_2 permette di non ottenere (ottenere) una funzione di partizione invariante modulare sul bordo di una geometria anulare compatibile con le simmetrie del sistema, ovvero l'anomalia gravitazionale di Ryu-Zhang.

¹andrea.cappelli@fi.infn.it