

## ESTIMATING INTEGRATED VARIANCE WITH NOISY DATA

La classe di modelli più usata in finanza per descrivere il logaritmo del prezzo osservato di un'azione, è descritta da

$$Y_t = \int_0^t a_s ds + \int_0^t \sigma_s dW_s + J_t + \varepsilon_t \quad (1)$$

dove:

- $Y_t$  è il logaritmo del prezzo osservato.
- $a_s$  è un processo localmente limitato e prevedibile, dà il trend del prezzo nel tempo.
- $W_s$  è un moto Browniano e l'integrale in cui compare  $dW_s$  è ottenuto con il calcolo di Itô.
- $\sigma_s$  è la volatilità che modula l'impatto dell'aleatorietà dovuta al moto Browniano, che rappresenta uno dei fattori di rischio.
- $J_t$  è un termine, indipendente da  $W$ , che introduce delle discontinuità dette jumps.
- $\varepsilon_t$  è un rumore additivo, indipendente da  $W$  e  $J$ . In finanza è chiamato rumore di microstruttura.

Ai fini di misurare i rischi a cui è soggetto il titolo, risulta necessario separare il contributo dovuto ai jumps e al rumore di microstruttura nella (1) per ricavare la integrated variance,  $IV$ , definita come

$$IV_T = \int_0^T \sigma_s^2 ds, \quad (2)$$

dove  $T$  è l'istante in cui è misurato il prezzo del titolo.

In questo lavoro di tesi ho controllato, su dati simulati, l'affidabilità di un test costruito per dire se il rumore di microstruttura è rilevante nella stima di  $IV$ , a varie frequenze di campionamento e per vari livelli di rumore di microstruttura.

Una volta provata l'affidabilità, ho implementato il test su dati empirici.

Nella parte introduttiva della tesi, è presentata un'analogia tra il problema fisico, di stimare  $IV$  di una particella che diffonde in un fluido con impurezze, ed il problema finanziario, di misurare  $IV$  di un titolo per misurarne i rischi.

Nei capitoli 1 e 2, oltre alla descrizione di alcuni processi stocastici che sono alla base dei modelli finanziari per  $Y$ , viene presentato uno stimatore consistente di  $IV$  in assenza di  $\varepsilon$ . Dal comportamento di questo nuovo stimatore in presenza del rumore di microstruttura, è stato costruito un test per sapere se, ad una data frequenza di campionamento dei dati, il contributo di  $\varepsilon$  è rilevante nella stima di  $IV$ .

Nel capitolo 3 ho provato l'affidabilità del test implementandolo su dati simulati (generati da quattro diversi modelli comunemente usati per descrivere  $Y$ ) mentre, nel capitolo 4, ho implementato il test per la prima volta su dati empirici (titolo Microsoft).

**Candidato:** Giulio Lorenzini [lorenzini\\_giulio@hotmail.com](mailto:lorenzini_giulio@hotmail.com)

**Relatore:** Prof. Cecilia Mancini [cecilia.mancini@dmd.unifi.it](mailto:cecilia.mancini@dmd.unifi.it)

**Correlatore:** Prof. Antonio Politi [antonio.politi@isc.cnr.it](mailto:antonio.politi@isc.cnr.it)