Simmetria residua in teorie di Batalin-Vilkovisky

Candidato: Riccardo Iraso;* Relatore: Francesco Bonechi;† Correlatore: Domenico Seminara.‡

Le simmetrie svolgono un ruolo fondamentale in fisica. In particolare tutte le interazioni fondamentali note sono descritte da *teorie di gauge.* Il formalismo di Batalin-Vilkovisky (BV) è largamente considerato il metodo più potente per trattare le simmetrie di gauge e affronta il problema di trovare una buona descrizione dello spazio delle osservabili fisiche. A questo scopo introduce dei campi ausiliari, i *ghost* e gli *anticampi*, con i quali costruire un operatore *nilpotente* $\mathcal{Q}$, $\mathcal{Q}^2 = 0$, che dia una *rappresentazione coomologica* delle quantità gauge-invarianti.

La costruzione BV ha una interpretazione geometrica in termini di *geometria gradata.* L'insieme dei campi fisici, ghost e anticampi è descritto da una *varietà gradata* $\mathfrak{F}$ dotata di una *struttura simplettica gradata*, data dalle *antibracket* $\{\ ,\ \}$, e di un differenziale $\mathcal{Q} = \{\mathcal{S},\ \}$, dove $\mathcal{S}$ è un'estensione dell'azione classica a un funzionale su $\mathfrak{F}$ che soddisfa la *classical master equation* (CME) $\{\mathcal{S}, \mathcal{S}\} = 0$. In questo lavoro di tesi abbiamo utilizzato il metodo introdotto da Alexandrov, Kontsevich, Schwarz e Zaboronsky (AKSZ) per costruire soluzioni della CME sullo *spazio delle mappe* tra due varietà gradate a partire da alcuni dati geometrici su di esse.

Nella formulazione geometrica di BV, la gauge viene fissata restringendo $\mathcal{S}$ a una *sottovarietà Lagrangiana* $\mathcal{L} \subset \mathfrak{F}$ e le osservabili si ottengono dall'integrale funzionale su $\mathcal{L}$, con la misura data dall'esponenziale dell'azione. La teoria così ottenuta è invariante per deformazioni di $\mathcal{L}$, rispecchiando l'invarianza di gauge, ma a seconda della topologia di $\mathfrak{F}$ sono possibili scelte di $\mathcal{L}$ che descrivono *teorie non equivalenti.* Un esempio è dato dal *Poisson sigma model*, una teoria di campo bidimensionale che ha come target una varietà di Poisson e la cui formulazione BV è data dalla costruzione AKSZ. Questa teoria, quando la varietà sorgente è il disco, riproduce col gauge-fixing di Cattaneo e Felder la *deformation quantization* di una varietà di Poisson. D'altra parte, quando la varietà bersaglio è Kähler, per il cosiddetto *Kähler gauge-fixing* si riproduce A-model. Questo modello, sulla sfera bidimensionale, calcola i cosiddetti invarianti di Gromov-Witten della varietà bersaglio che definiscono la *quantum cohomology*, una deformazione quantistica della coomologia di de Rham. Particolarmente rilevante per il nostro studio è il fatto che la teoria localizza sullo spazio delle curve olomorfe. È possibile mostrare che questi due gauge-fixing sono in generale non equivalenti.

L'obbiettivo di questo lavoro di tesi è studiare il problema di caratterizzare le possibili scelte non equivalenti di $\mathcal{L}$ dal punto di vista della *simmetria residua.* Infatti l'azione gauge-fixed $\mathcal{S}_{\mathcal{L}}$, per ogni scelta di $\mathcal{L}$, ha una *simmetria residua* fermionica $\mathcal{Q}^{\pi}_{\mathcal{L}}$ come conseguenza della CME. Questa simmetria non è unicamente fissata dal gauge-fixing. Abbiamo studiato le condizioni geometriche necessarie per definirla e la relazione con la coomologia BV di $\mathcal{Q}$.

Abbiamo quindi studiato esplicitamente la simmetria residua nella teoria BV ottenuta dal Poisson sigma model sul toro bidimensionale con una varietà Kähler come bersaglio. Abbiamo prima affrontato il problema nella teoria degli zero-modi, una approssimazione finito-dimensionale della teoria di campo completa. Abbiamo descritto varie scelte della simmetria residua e analizzato la sua relazione con il differenziale di de Rham di M . Abbiamo poi costruito una famiglia di simmetrie residue nilpotenti e dimostrato che la loro coomologia è isomorfa a $H_{\mathrm{dR}}(M)$. Dunque abbiamo esteso la nostra analisi alla teoria di campo completa riformulando i risultati precedentemente ottenuti. In particolare abbiamo anche verificato che, dopo un integrazione parziale, l'azione gauge-fixed è quella dell'A-model per varietà Kähler e la simmetria residua diventa la supersimmetria dell'A-model. Infine abbiamo mostrato che esiste una mappa dalla coomologia on-shell della simmetria residua sulla coomologia di de Rham dello spazio delle curve olomorfe sulla varietà Kähler.

*riccardo.iraso@stud.unifi.it
†bonechi@fi.infn.it
‡seminara@fi.infn.it