

Modelli di King con potenziali regolarizzati per sistemi autogravitanti

King models of self-gravitating systems
with softened potentials

Candidato: **Leonardo Lenzini** lenzinileonardo@gmail.com

Relatore: **Lapo Casetti**

Questo lavoro di tesi si inserisce nel contesto della meccanica statistica dei sistemi fisici caratterizzati da interazioni a lungo raggio. Fra le interazioni fondamentali, l'interazione gravitazionale non è mai schermata e la sua natura a lungo raggio si manifesta su ogni scala di lunghezza. I sistemi autogravitanti, come gli ammassi globulari o le galassie ellittiche, appaiono quindi come i prototipi dei sistemi a molti corpi caratterizzati da interazioni a lungo raggio, e diventano il luogo naturale in cui testare predizioni teoriche per sistemi caratterizzati da interazioni a lungo raggio in generale.

Per studiare da un punto di vista meccanico statistico questi sistemi stellari, ci siamo avvalsi di un modello teorico semplice, ma molto efficace: il modello di King, che descrive in maniera autoconsistente un sistema confinato. Il punto cruciale sta nel fatto che gli stati stazionari di questo modello non corrispondono a quelli di equilibrio termico. Tuttavia, lungi dall'essere un problema, questo fatto è una caratteristica positiva del modello, poiché un sistema autogravitante non confinato con massa finita non può trovarsi all'equilibrio termico.

Questo lavoro di tesi ha avuto lo scopo di studiare il comportamento di un sistema stellare descritto da un modello di King, una volta che il potenziale gravitazione fosse stato regolarizzato a corte distanze tramite inserimento di un *cutoff*.

Il punto di partenza è stato un recente lavoro di Casetti e Nardini, in cui si utilizzava una regolarizzazione del potenziale con attenuazione di Plummer. Una volta scritto un sistema di equazioni integrali per il potenziale e la densità del sistema, si sviluppava una procedura iterativa per risolverlo, che presentava dei problemi di convergenza per i valori del *cutoff* di maggiore interesse fisico. La regolarizzazione permetteva però di trovare nuovi profili di densità oltre a quelli trovati da King e metteva in luce il possibile sviluppo di una transizione di fase per alcuni valori del *cutoff*, lasciando la questione senza risposta per problemi legati al metodo risolutivo.

L'osservazione iniziale, che ha motivato l'inizio di questo lavoro, è stata di Angel Alastuey dell'ENS di Lione, e permette di scrivere un'interazione a due corpi, finita a distanza zero, che risolve un'equazione differenziale, seppur più complicata di quella di Poisson: infatti, risulta essere del quarto ordine. Dopo aver riscontrato l'impossibilità di scrivere delle condizioni iniziali per il potenziale, il punto cruciale di questo lavoro è stato cercare di risolvere l'equazione differenziale ottenuta scrivendo le giuste condizioni al contorno. Siamo riusciti a risolverla numericamente per tutti i valori centrali del potenziale, andando a ricavare le soluzioni che, con il metodo usato precedentemente, non convergevano.

La procedura di calcolo trovata si è dimostrata alquanto efficiente: rispetto al metodo che utilizza la regolarizzazione di Plummer, i tempi di calcolo si sono ridotti drasticamente (dall'ordine delle settimane a qualche minuto) e si è potuto scegliere qualsiasi valore del *cutoff* (compatibilmente con l'ambiente di calcolo usato); i risultati sono stati verificati con ottima precisione (fino a 10^{-6} per l'errore relativo e 10^{-9} per quello assoluto).

Il primo passo è stato quello di verificare che, nonostante la scelta di una diversa regolarizzazione, si ottenevano qualitativamente gli stessi risultati del lavoro di Casetti e Nardini, almeno per quanto riguarda la zona dei parametri di interesse fisico. Abbiamo potuto concludere che il tipo di regolarizzazione scelta non condiziona la fisica che sta alla base del problema affrontato.

In seguito, si sono studiate le caratteristiche delle soluzioni per piccoli valori del *cutoff*, che sono quelli più interessanti fisicamente. Si è verificato che esiste effettivamente un fenomeno simile a una transizione di fase quando il *cutoff* è abbastanza piccolo. Per un certo intervallo di valori del *cutoff* la transizione si manifesta con un salto nella temperatura e, quindi, è analoga a una transizione microcanonica del primo ordine. Per valori più piccoli del *cutoff*, invece, si ha un salto anche in energia e entropia, e quindi un comportamento analogo a una transizione microcanonica "di ordine zero", sottolineando che si tratta solamente di analogie, dato che il sistema è fuori dall'equilibrio termodinamico.

Abbiamo mostrato che esistono non solo soluzioni di bassa energia corrispondenti alla fase collassata, ma anche soluzioni di alta energia ma con maggiore concentrazione centrale. Inoltre, si è chiarito il modo in cui, nel limite $\alpha \rightarrow 0$, si ottiene il modello di King originale.

Un possibile sviluppo interessante potrebbe essere verificare se le nuove soluzioni ottenute si possono adattare a sistemi stellari realmente esistenti.