

Candidato: Antonio De Cristofaro (antonio.decrisofaro@stud.unifi.it)

Relatore: Prof. Guido Festuccia (guido.festuccia@physics.uu.se)

Correlatore: Prof. Domenico Seminara (seminara@fi.infn.it)

Riduzione di Scherk-Schwarz della fibrazione di Hopf quaternionica: Teorie di gauge supersimmetriche su S^7 e S^4

Fin dalla sua prima formulazione la supersimmetria ha svolto un ruolo molto importante nella fisica teorica presentandosi come una possibile teoria valida per scale di energia maggiori di quelle finora studiate e da cui deriva il Modello Standard, ovvero la teoria principe nella fisica delle particelle. La supersimmetria prevede un mondo con una sostanziale equivalenza tra bosoni e fermioni, ovvero tra particelle dotate di spin intero e semi-intero, semplificando molto lo studio di alcune teorie. Tutto ciò però non avviene alle basse energie, e neanche alla scala di energia a cui siamo arrivati grazie agli esperimenti, quindi deve trattarsi di una simmetria rotta.

I fisici teorici nel tempo hanno integrato tale simmetria alle teorie che descrivono processi fisici rilevanti, come la teoria di Yang-Mills, e alle più varie dimensioni, specialmente 10 dimensioni in quanto è possibile ottenere teorie supersimmetriche in 4 dimensioni tramite la riduzione dimensionale della teoria in $D = 10$ rompendo esplicitamente alcune supercariche. In questo contesto ha assunto sempre maggiore importanza lo studio di teorie supersimmetriche in spazi curvi, in particolare sfere, da quando è stata formulata la corrispondenza AdS/CFT.

Questa stabilisce un'equivalenza tra due teorie apparentemente molto distanti tra loro: una teoria di gravità che vive su uno spazio-tempo asintoticamente di Anti-de Sitter (AdS), ovvero a curvatura costante negativa, in $d + 1$ dimensioni e una teoria di campo conforme (CFT), ovvero che sia invariante di scala, in spazio-tempo piatto di dimensione d . Tramite lo studio di teorie supersimmetriche di Yang-Mills su sfere è possibile verificare questa ipotesi, infatti grazie la formulazione off-shell della supersimmetria è possibile andare a localizzare la funzione di partizione e calcolare esattamente certe osservabili. Queste potranno poi essere confrontate con le predizioni ottenute tramite la teoria di gravità duale.

In questo lavoro di tesi ci siamo concentrati sullo studio di due sfere in particolare, S^7 e S^4 , che sono legate dal fatto di essere rispettivamente spazio totale e spazio base della fibrazione di Hopf quaternionica. La fibrazione di Hopf è un particolare tipo di fibrato principale non triviale in cui spazio totale, spazio base e fibra sono delle sfere, nel caso di nostro interesse la somma di due quaternioni unitari è la maniera più semplice per descrivere una sfera 7-dimensionale. Abbiamo quindi preso in considerazione la teoria di Yang-Mills supersimmetrica in dieci dimensioni in spazio-tempo piatto e tramite la riduzione dimensionale e l'aggiunta di termini di massa dovuti alla curvatura abbiamo ridotto lo spazio e la teoria ad una sfera 7-dimensionale e poi sfruttando le proprietà della fibrazione di Hopf e la riduzione dimensionale di Scherk-Schwarz, una speciale riduzione che permette di ottenere termini di massa per i campi nella teoria ridotta, abbiamo ridotto ancora ad una sfera 4-dimensionale. La prima riduzione che coinvolge tre dimensioni piatte, di cui anche quella time-like, è triviale mentre la seconda, andando a ridurre la fibra S^3 , richiede più attenzione dovuta alla particolare topologia dello spazio su cui andiamo a ridurre. Per ottenere delle teorie supersimmetriche sugli spazi ridotti abbiamo ridotto anche le trasformazioni di supersimmetria, prestando particolare attenzione al parametro supersimmetrico e alla sua riduzione, che in spazio piatto è uno spinore costante mentre sulla sfera è uno spinore di Killing conforme.

La teoria trovata sulla 4-sfera ha dieci supercariche mentre le uniche altre teorie supersimmetriche note finora sulla stessa sfera hanno sedici o otto supercariche. Questo può voler significare due cose: la nostra teoria è una nuova teoria supersimmetrica sulla 4-sfera quindi i possibili sviluppi futuri di questo risultato saranno volti a studiare la nuova teoria tramite la localizzazione della funzione di partizione e trovare possibili processi fisici descritti da quest'ultima, oppure si tratta della stessa teoria a meno di deformazioni invarianti sotto supersimmetria. Quest'ultima opzione che può sembrare meno feconda della prima in quanto a successivi sviluppi, in realtà, mette in luce come una teoria supersimmetrica su S^4 discenda da una teoria supersimmetrica minimale su S^7 , mostrando così un profondo legame tra le due sfere e un potente mezzo di studio per teorie supersimmetriche sulla 7-sfera che finora non sono ancora comprese a pieno.