

Rilassamento violento in sistemi con interazioni a lungo raggio

Violent relaxation in long-range-interacting systems

Candidato: Guido Giachetti, guido.giachetti@stud.unifi.it

Relatore: Lapo Casetti, lapo.casetti@unifi.it

Sono detti “a lungo raggio” i potenziali che decadono più lentamente di r^{-d} per grandi r , dove d è la dimensione dello spazio. La dinamica dei sistemi dominati da interazioni a lungo raggio è infatti dominata da effetti collettivi di campo medio, piuttosto che da interazioni binarie a breve distanza (urti). Come conseguenza, questi sistemi mostrano alcune caratteristiche peculiari: in particolare, il rilassamento di questi sistemi verso l’equilibrio termodinamico avviene su scale di tempo proporzionali al numero N di gradi di libertà del sistema (*rilassamento lento*). La descrizione degli stati non termici, nei quali il sistema rimane, nel limite termodinamico, per sempre, diviene quindi un problema fisicamente rilevante. In natura gli esempi più comuni di questi sistemi sono i sistemi autogravitanti in ambito astrofisico, come galassie e ammassi di stelle che, effettivamente, si trovano fuori dall’equilibrio. Dato che l’effetto delle collisioni è, come accennato, trascurabile, la dinamica della funzione di distribuzione f nello spazio delle fasi sarà governata dalla cosiddetta *equazione di Vlasov*. Simulazioni numeriche e osservazioni sperimentali hanno mostrato che, comunque, in questi sistemi si verifica un cosiddetto *rilassamento violento*: dopo alcune oscillazioni collettive questi si assestano rapidamente in uno stato quasi-stazionario (che, per un sistema di taglia finita, diventa instabile per via degli effetti collisionali, dopo un tempo $\propto N$). Si pensa che, alla base di questo comportamento, ci sia un meccanismo simile a quello dello smorzamento di Landau, in cui le oscillazioni collettive perdono energia entrando in risonanza col moto delle singole particelle. Da un punto di vista dello spazio delle fasi il fenomeno può essere invece spiegato notando che la dinamica di Vlasov tende a spostare la dinamica su scale sempre più piccole: qualsiasi osservabile fisico (che non dipende dalla forma della f su scale arbitrariamente piccole) si assesterà allora su un valore costante. Ad oggi non esiste una teoria capace di prevedere la forma della distribuzione quasistazionaria. Lo scopo del nostro lavoro è dunque quello di studiare questo processo, a partire dal modello HMF, paradigmatico nell’ambito dei sistemi con interazioni a lungo raggio. Questo può essere visto come un sistema magnetico XY globalmente interagente o come un sistema di particelle che si muovono su un anello. In entrambi i casi l’autointerazione è legata al parametro d’ordine $O(2)$, $\mathbf{m} = (\langle \cos \theta \rangle, \langle \sin \theta \rangle)$, ovvero la magnetizzazione nel caso degli spin o una misura del grado di clustering delle particelle.

L’idea di fondo del nostro lavoro è di descrivere il sistema per mezzo di momenti d’inerzia generalizzati $I_{kn} = \langle \theta^k p^n \rangle$, ottenendo un sistema di equazioni differenziali accoppiate per queste grandezze. Le oscillazioni viriali emergono naturalmente troncando questo sistema all’ordine più basso, dato che questo si riduce all’equazione di moto di una particella in una potenziale unidimensionale efficace. Lo smorzamento può invece essere spiegato considerando l’effetto dei momenti di ordine superiore come un bagno di oscillatori meccanici, accoppiati con la particella fittizia, sulla falsariga dei lavori di Caldeira e Leggett (volti, in origine, a studiare il fenomeno della decoerenza quantistica per effetto di un bagno termico). Questi inoltre rinormalizzano il potenziale efficace della particella. I valori della magnetizzazione quasistazionaria m_{qss} predetti da questo modello sono in ottimo accordo con i risultati delle simulazioni numeriche. Abbiamo poi preso in considerazione i successivi momenti d’inerzia, e risolvendo numericamente il sistema ottenuto, calcolato i nuovi valori di m_{qss} e disegnato vari diagrammi di fase per HMF. In accordo con la letteratura abbiamo visto emergere una transizione di fase discontinua tra una fase paramagnetica ($m_{qss} = 0$) e una ferromagnetica ($m_{qss} \neq 0$). I risultati ottenuti per HMF possono essere interpretati pensando che i gradi di libertà associati ai modi di piccola lunghezza d’onda di f agiscano come un ambiente dissipativo per la funzione di distribuzione a grana grossa \tilde{f} e, allo stesso tempo, ne rinormalizzino la dinamica. È sensato ritenere che questo processo possa in realtà spiegare il fenomeno del rilassamento violento per un generico sistema con interazioni a lungo raggio. Abbiamo infatti mostrato che, sotto ipotesi abbastanza generali, l’unico termine che può nascere da questa procedura di rinormalizzazione nell’equazione di moto di \tilde{f} è un termine di diffusione lungo le linee del flusso hamiltoniano.