

Relatore: Prof. Duccio Fanelli [duccio.fanelli@unifi.it](mailto:duccio.fanelli@unifi.it)

Candidato: Niccolò Zagli

Titolo: Oscillazioni di taglia finita ed effetti di amplificazione in un modello stocastico di dinamiche neurali

Questo lavoro di tesi si posiziona nel contesto dello studio delle dinamiche neuronali.

Nella prima parte della tesi, abbiamo elaborato un modello minimale di dinamica stocastica per due specie di neuroni, eccitatori e inibitori, localizzate all'interno di un volume  $V$ .

In primo luogo, la dinamica è specificata per mezzo di un'equazione maestra ed è codificata tramite equazioni chimiche.

Procediamo poi con uno sviluppo di Kramers-Moyal, valido nel limite di  $V$  grande, che permette di ottenere un'espressione approssimata dell'equazione maestra.

Si ottiene così una rappresentazione della dinamica in termini di equazioni di Langevin (o equivalentemente di Fokker-Planck).

Queste sono equazioni stocastiche non lineari che possono essere integrate numericamente ma non indagate per via analitica.

Nel limite deterministico il modello risulta in un sistema di due equazioni differenziali accoppiate per le concentrazioni di neuroni, rispettivamente eccitatori e inibitori. Il sistema così ottenuto è analogo al celebre modello di Wilson e Cowan ma dipende da un solo parametro di controllo.

Il ruolo delle fluttuazioni di taglia finita può essere indagato analiticamente nel contesto dell'approssimazione lineare.

Si ottiene così la prova analitica per l'esistenza di quasi-cicli, un fenomeno di auto-organizzazione macroscopica nell'attività dei neuroni che si origina dal rumore microscopico.

I quasi cicli sono caratterizzati da oscillazioni regolari nella concentrazione delle specie interagenti e derivano dalle fluttuazioni demografiche intrinseche al sistema, riflesso della taglia finita dello stesso.

I quasi cicli stocastici sono ormai noti in letteratura e si ritiene che costituiscano un valido strumento per modellizzare fenomeni oscillatori in natura. Queste oscillazioni hanno però un'ampiezza piccola che scala come  $1/\sqrt{V}$ . Inoltre, lo spettro di potenza del segnale generato si

estende tipicamente su un ampio intervallo di frequenze e le oscillazioni stocastiche sono conseguentemente irregolari. Sono questi dei vincoli che fino ad ora sono stati considerati ineludibili.

Nella seconda parte della tesi, lavorando in un contesto spazialmente esteso e imponendo una asimmetria di accoppiamento tra le popolazioni localizzate di neuroni riusciamo a superare queste limitazioni. In particolare, disponiamo le popolazioni all'interno di nodi che costituiscono una catena unidimensionale con accoppiamento direzionato.

Tramite una generalizzazione dell'analisi sviluppata nella prima parte, riusciamo a caratterizzare analiticamente un processo di amplificazione e regolarizzazione dei quasi cicli.

Dimostriamo in particolare la possibilità di creare oscillazioni giganti, di frequenza modulabile dall'esterno. Le oscillazioni crescono in ampiezza in maniera esponenziale lungo il profilo della catena. Inoltre le irregolarità ad alta frequenza date dal rumore diventano sempre meno importanti, dando luogo ad un segnale progressivamente più regolare.

Procediamo inoltre ad una trattazione di tipo termodinamico dalla quale emerge chiaramente che il sistema si comporta come un dispositivo che opera in condizioni stazionarie fuori equilibrio.

In conclusione, mostriamo come il meccanismo di amplificazione possa avvenire in un contesto più generale, oltre l'ambito disciplinare nel quale questo lavoro di tesi si inquadra.