

Dinamica a grana grossa in sistemi interagenti a lungo raggio

Coarse-grained dynamics in long-range interacting systems

CANDIDATO: Alessandro Santini, *alessandro.santini2@stud.unifi.it*

RELATORE: Lapo Casetti, *lapo.casetti@unifi.it*

Abstract

I sistemi interagenti a lungo raggio sono caratterizzati da un'interazione a due corpi che decade molto lentamente con la distanza, come la gravità o le interazioni dipolari. Questi sistemi posti fuori equilibrio, tendono rimanere intrappolati in stati quasi-stazionari non termici per un tempo proporzionale al numero di particelle. Nel limite termodinamico questi sistemi resteranno quindi per sempre in stati stazionari fuori dall'equilibrio. L'evoluzione verso questi stati stazionari è detta *rilassamento violento* e avviene su scale di tempo brevi e indipendenti dal numero di particelle. Il rilassamento violento è un importante problema aperto della meccanica statistica di non equilibrio. A tutt'oggi infatti, non esiste ancora una teoria generale soddisfacente che predica lo stato stazionario e le modalità con cui esso viene raggiunto. Questo lavoro di tesi si situa in questo ambito di ricerca.

La descrizione del *rilassamento violento*, e più in generale dell'evoluzione della dinamica dei sistemi con interazioni a lungo raggio è descritta dall'equazione di Vlasov, detta anche equazione di Boltzmann non collisionale, per la funzione di distribuzione di singola particella. Come è suggerito dal nome, questa equazione descrive una dinamica dove l'effetto delle collisioni è trascurabile e dunque l'evoluzione è governata da effetti collettivi.

La dinamica di Vlasov è invariante sotto la simmetria di inversione temporale, conserva l'entropia e per essa non vale il teorema H di Boltzmann. Nonostante questo, come abbiamo già visto, il sistema evolve verso uno stato stazionario fuori dall'equilibrio. Quello che accade è che la funzione di distribuzione evolve verso scale sempre più fini filamentando sempre di più nello spazio delle fasi. Quindi nel momento in cui si considera una dinamica "coarse-grained" essa non può proseguire oltre una certa scala microscopica, in questo modo la dinamica viene arrestata. Il coarse-graining, in varie forme, è lo strumento fondamentale usato in questo lavoro.

La nostra analisi è rivolta esclusivamente verso sistemi interagenti a lungo raggio in una dimensione, anche se auspichiamo di generalizzare i risultati trovati anche per sistemi in dimensioni maggiori. Abbiamo considerato prima di tutto il modello Hamiltonian Mean Field (HMF), che può essere visto come un modello magnetico di spin planari (XY) completamente connesso e con un accoppiamento indipendente dalla distanza.

Abbiamo discusso e applicato una teoria che permette di ricavare il diagramma di fase di non equilibrio del modello HMF. In particolare abbiamo predetto la dipendenza della magnetizzazione nello stato stazionario di non equilibrio in funzione della magnetizzazione iniziale e dell'energia del sistema. Abbiamo quindi confrontato i diagrammi teorici con quelli ricavati con simulazioni numeriche della dinamica di Vlasov. I risultati ottenuti mostrano un accordo molto buono fra i diagrammi di fase teorici e numerici. Per una certa classe di condizioni iniziali abbiamo paragonato la predizione della teoria di Lynden-Bell con la nostra predizione teorica e con i risultati ottenuti facendo evolvere esplicitamente il sistema.

Nella seconda parte del lavoro abbiamo presentato una teoria più generale che predice la forma generale di un'equazione efficace per l'evoluzione della funzione di distribuzione coarse-grained. All'ordine più basso questa equazione può essere considerata come un'equazione di Fokker-Planck dove il termine di diffusione è anisotropo. Nel caso unidimensionale abbiamo ricavato esplicitamente questa equazione, che ci ha permesso di predire la dipendenza dei tempi di rilassamento della dinamica τ dalla scala di coarse-graining $\Delta\Gamma$; in particolare $\tau \propto \Delta\Gamma^{-3/2}$. Abbiamo quindi verificato numericamente questa predizione, per alcuni modelli unidimensionali interagenti a lungo raggio: HMF, due modelli di gravità con condizioni periodiche al bordo e un modello scalare con interazione quartica. Abbiamo fatto evolvere per ciascun modello alcune condizioni iniziali del sistema e, dopo aver definito una prescrizione per valutare il rilassamento della dinamica ad una certa scala, abbiamo ricavato i tempi di rilassamento, ottenendo un ottimo accordo fra teoria e simulazioni numeriche.